Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotische und logische Abbildungen III

1. In der von Georg Klaus entworfenen Semiotik (vgl. Klaus 1973), die wir bereits in Toth (2012a, b) skizziert und deren Modell wir wie folgt demjenigen der Peirceschen Semiotik gegenübergestellt hatten

Klaus | Peirce

$$\begin{tikzcd} Z \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & A \arrow[d, dash] \\ E \arrow[r, dash] & O \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} ZR \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & I \arrow[d, dash] \\ M \arrow[r, dash] & O, \end{tikzcd}$$

entsprechen also Kategorien A und O der logischen Intension und Extension und die entsprechenden Kategorien I und O der semiotischen Bedeutung und Bezeichnung. Ferner entspricht die Relation R(O, A) bzw. R(O, I) derjenigen von Elementen zu ihren Mengen.

2. Nun ist bekanntlich eine Menge von Elementen erstens mehr als die Summe der Elemente und zweitens etwas qualitativ anderes als es die Elemente sind. Eine Buchreihe ist nicht nur die Summe der einzelnen, zu dieser Reihe gehörenden Bände, sondern selbst natürlich kein Buch. Allerdings trifft dies nur dann zu, wenn die Intension nicht selbst eine Menge von Extensionen ist, d.h. wenn Mengen von Elementen nicht selber wieder Elemente von Mengen sind. Man vgl. die folgenden sprachlichen Fälle

einer – wenige – viele – alle,

denn hier gilt natürlich

einer $\subset$ wenige $\subset$ viele $\subset$ alle,

und wir haben

$A = \sum O_i$,

d.h. es liegt hier ein rein quantitatives Inklusionsverhältnis vor, weshalb qualitative Determinierungen

*bestimmte wenige/viele/alle

und selbst (quantitative) Distribuierungen

*je wenige/viele

ausgeschlossen sind. Auf die Frage: Wie viele Pralinen hast Du gegessen? kann man z.B. antworten

Ich habe drei gegessen,

aber nicht

*Ich habe die dreieckigen drei/dreieckige drei(e) gegessen

* Ich habe je champagnergefülle gegessen.

Setzt man also

$O := x$,

dann haben wir eine aufsteigende Folge

$x \subset \{x\} \subset \{\{x\}\} \subset \{\{\{x\}\}\} \subset ...$,

setzt man hingegen

$A := x$,

dann bekommen wir eine absteigende Folge

$x \supset (x) \supset ((x)) \supset (((x))) \subset ...$,

d.h. für den Fall $O := x$ eine Hierarchie von Mengen und für den Fall $A:= x$ eine Hierarchie von Filtern.

3. Nun hatten wir in Toth (2012b) festgestellt, daß Signale aus Zeichen durch Umkehrung der Subsumption von Elementen zu Mengen, d.h. nicht durch

"Kollektionierung", sondern durch "Elementalisierung" entstehen und daß wir somit einerseits

Z = {E}

und andererseits

A = {O}

haben. Wegen der Isomorphie zwischen R(Z, E) und R(ZR, M) einerseits sowie derjenigen zwischen R(A, O) einerseits sowie R(I, O) andererseits gilt somit für unsere beiden Diagramme generell, daß die beiden Relationen

R(R(Z, A), R(E, O))

R(R(ZR, I), R(M, O))

in dieser Ordnung die Schemata von Filterhierarchien und in der konversen Ordnung

R(R(E, O), R(Z, A))

R(R(M, O), R(ZR, I))

die Schemata von Mengenhierarchien darstellen. Ferner entfällt wegen A = $\sum O_i$ eine gesonderte Behandlung der Sigmatik, d.h. wir können sowohl für A := x als auch für O := x von den folgenden Teildiagrammen ausgehen

$$\begin{tikzcd} Z \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & A \arrow[dl, dash] \\ E & \end{tikzcd} \qquad\qquad \begin{tikzcd} ZR \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & I \arrow[dl, dash] \\ M & . \end{tikzcd}$$

Literatur

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. München 1973

Toth, Alfred, Semiotische und logische Abbildungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a, b

20.6.2012